

1. Зона Бриллюэна фотонного кристалла
2. Зонная структура фотонных кристаллов

# Вектора прямой и обратной решеток фотонного кристалла

$a_i$  - период фотонного кристалла,  $i = 1, 2, 3$

$\{\mathbf{a}_i\}$  - вектора элементарной решетки  
фотонного кристалла,  $|\mathbf{a}_i| = a_i$

решение волнового уравнения

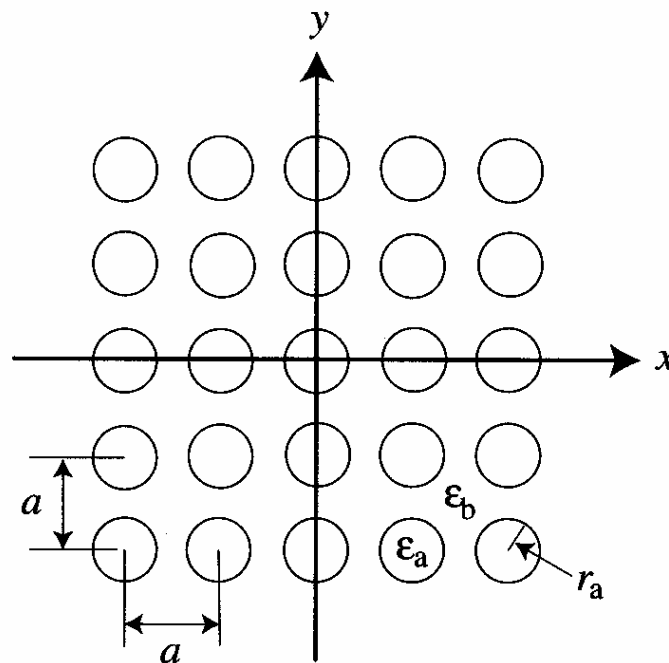
$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}$$

ищется в виде плоской волны

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{i\omega t},$$

где  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  ищется в виде  $\mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$

с периодической амплитудой  $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{a}_i) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ , (теорема Блоха)



$\{\mathbf{b}_i\}$ ,  $i = 1, 2, 3$  - элементарные вектора обратной  
решетки фотонного кристалла  $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j = 2\pi \delta_{ij}$

$\mathbf{G} = \sum_{j=1}^3 l_j \mathbf{b}_j$ ,  $l_j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  - вектора обратной  
решетки фотонного кристалла

# Зона Бриллюэна фотонного кристалла

МОЖНО ПОКАЗАТЬ, ЧТО:

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}+\mathbf{G}} = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}$$

т.е. волновые вектора  $\mathbf{k} + \mathbf{G}$  и  $\mathbf{k}$  рассматриваются как эквивалентные

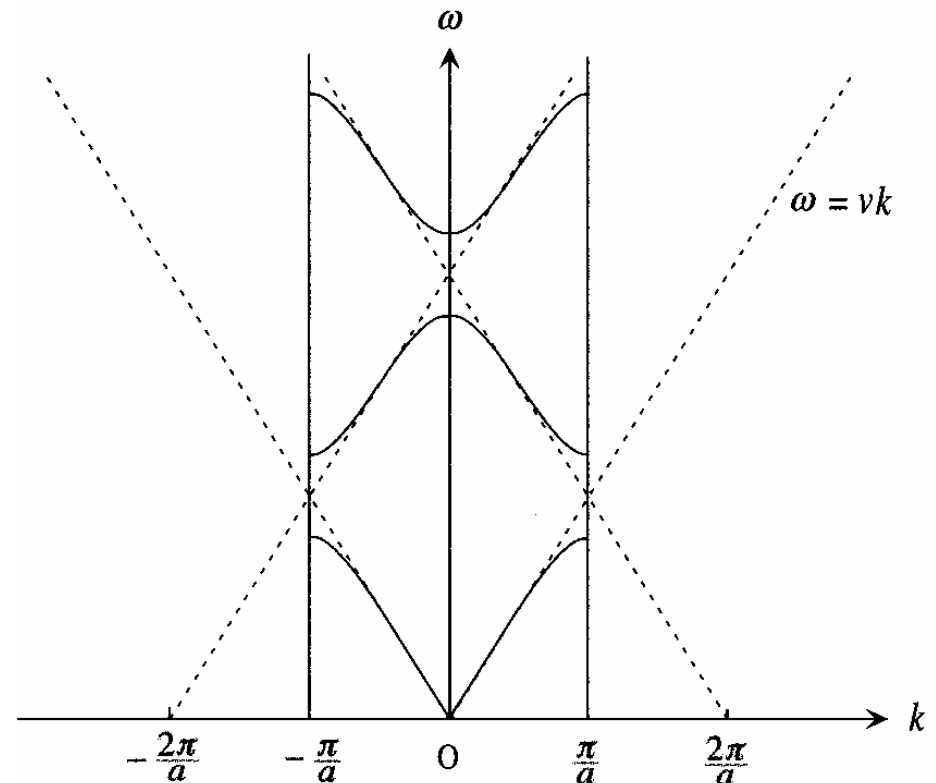
Зона Бриллюэна - область в фазовом пространстве неэквивалентных  $\mathbf{k}$

в одномерных фотонных кристаллах

с периодом  $a$

зона Бриллюэна (первая) - интервал

$$|k| \in \left[-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right]$$



# Зона Бриллюэна двумерного фотонного кристалла случай квадратной решетки

Элементарная (кристаллическая) ячейка  
образована двумя векторами

$$\mathbf{a}_1 = (a_1, 0) \text{ и } \mathbf{a}_2 = (0, a_2)$$

Элементарные вектора обратной  
решетки:

$$\mathbf{b}_1 = \left( \frac{2\pi}{a_1}, 0 \right), \quad \mathbf{b}_2 = \left( 0, \frac{2\pi}{a_2} \right)$$

Компоненты волновых векторов  
внутри первой зоны Бриллюэна  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$

$$k_x \in [-\pi/a_1, \pi/a_1],$$

$$k_y \in [-\pi/a_2, \pi/a_2]$$

точки высокой симметрии:

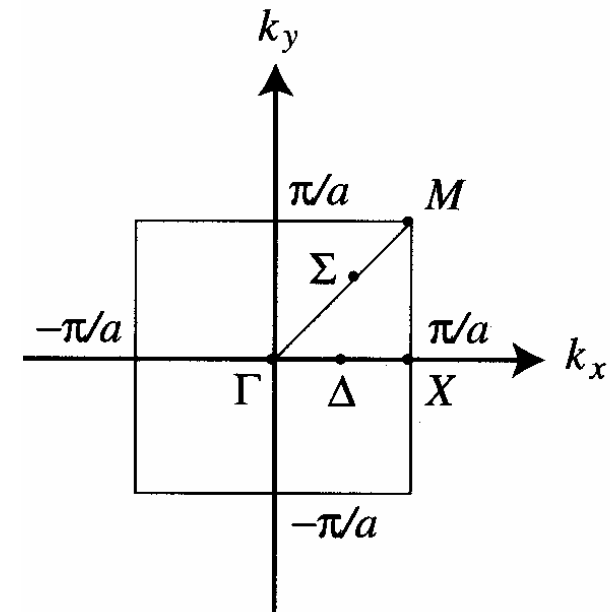
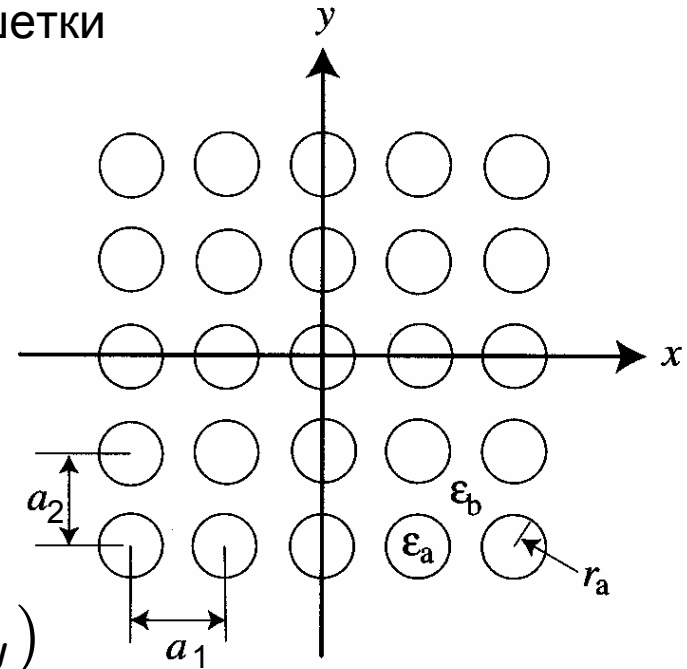
$$\Gamma = (0, 0), \quad X = (\pi/a_1, 0),$$

$$M = (\pi/a_1, \pi/a_2)$$

характерные направления в зоне Бриллюэна:

$\Sigma$  - между  $\Gamma$  и  $M$

$\Delta$  - между  $\Gamma$  и  $X$



# Зона Бриллюэна двумерного фотонного кристалла случай гексагональной решетки

Элементарная (кристаллическая) ячейка  
образована двумя векторами

$$\mathbf{a}_1 = (a, 0), \quad \mathbf{a}_2 = \left( \frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}a}{2} \right)$$

Элементарные вектора обратной  
решетки:

$$\mathbf{b}_1 = \left( \frac{2\pi}{a}, -\frac{2\pi}{\sqrt{3}a} \right), \quad \mathbf{b}_2 = \left( 0, \frac{4\pi}{\sqrt{3}a} \right)$$

Компоненты волновых векторов  
внутри первой зоны Бриллюэна  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$

правильный шестиугольник  
со сторонами  $4\pi/3a$

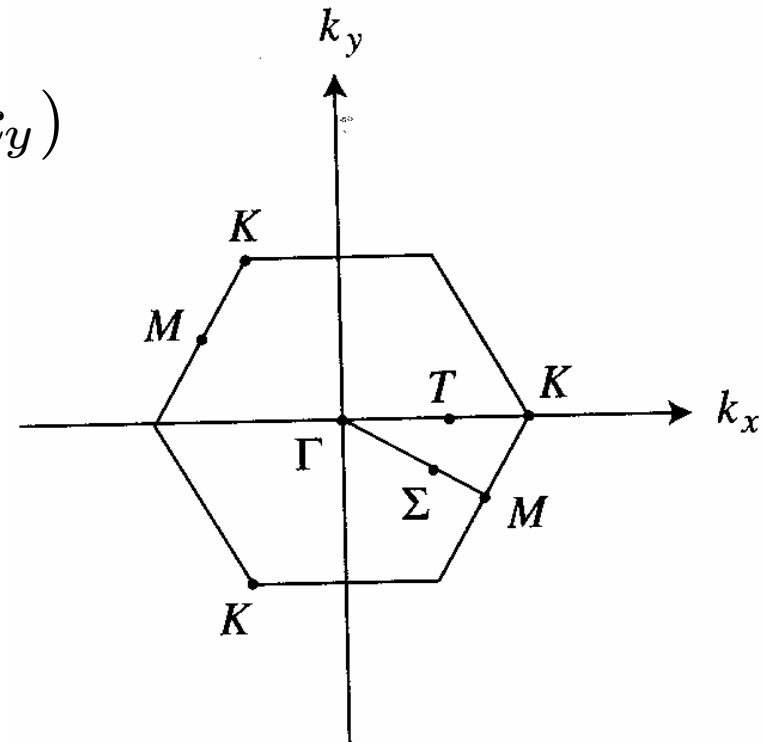
точки высокой симметрии:

$$\Gamma = (0, 0), \quad K = (4\pi/3a, 0), \\ M = (\pi/a, -\pi/\sqrt{3}a)$$

характерные направления в зоне Бриллюэна:

$\Sigma$  - между  $\Gamma$  и  $M$

$T$  - между  $\Gamma$  и  $K$



# Зона Бриллюэна трехмерного фотонного кристалла случай простой кубической решетки

Элементарная (кристаллическая) ячейка  
образована тремя векторами

$$\mathbf{a}_1 = (a, 0, 0), \quad \mathbf{a}_2 = (0, a, 0), \quad \mathbf{a}_3 = (0, 0, a)$$

Элементарные вектора обратной  
решетки:

$$\mathbf{b}_1 = \left( \frac{2\pi}{a}, 0, 0 \right), \quad \mathbf{b}_2 = \left( 0, \frac{2\pi}{a}, 0 \right), \quad \mathbf{b}_3 = \left( 0, 0, \frac{2\pi}{a} \right)$$

Компоненты волновых векторов  
внутри первой зоны Бриллюэна  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$

куб в пространстве волновых  
векторов с ребрами  $2\pi/a$

точки высокой симметрии:

$$\Gamma = (0, 0, 0), \quad X = (0, 0, \pi/a),$$

$$M = (\pi/a, \pi/a, 0),$$

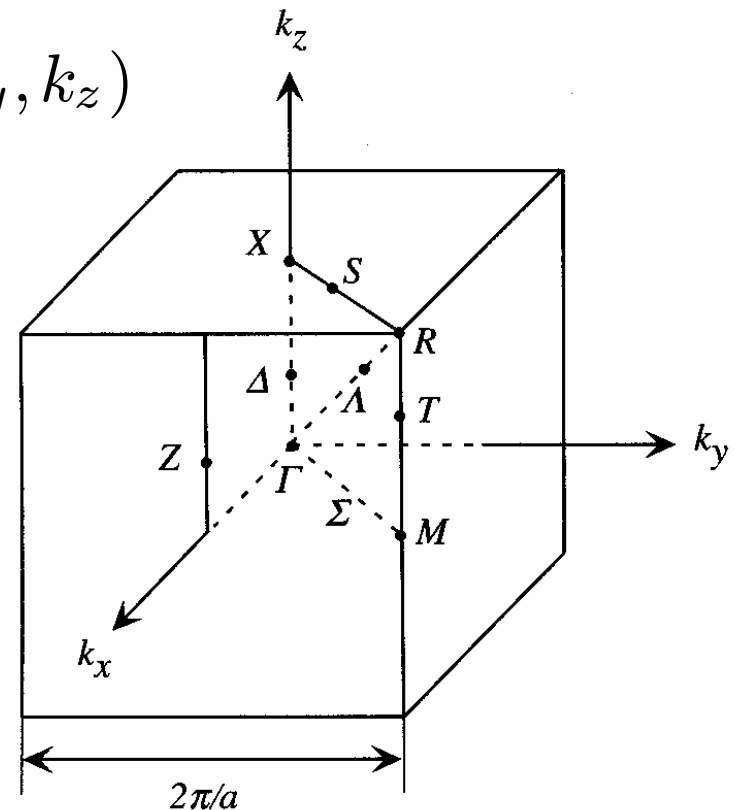
$$R = (\pi/a, \pi/a, \pi/a)$$

характерные направления в зоне Бриллюэна:

$$\Delta - \text{ между } \Gamma \text{ и } X \quad T - \text{ между } R \text{ и } M$$

$$S - \text{ между } X \text{ и } R \quad \Lambda - \text{ между } \Gamma \text{ и } R$$

$$\Sigma - \text{ между } \Gamma \text{ и } M$$



# Зона Бриллюэна трехмерного фотонного кристалла случай гранецентрированной кубической решетки

Элементарная (кристаллическая) ячейка  
образована тремя векторами

$$\mathbf{a}_1 = a/2(0, 1, 1), \quad \mathbf{a}_2 = a/2(1, 0, 1), \quad \mathbf{a}_3 = a/2(1, 1, 0)$$

Элементарные вектора обратной  
решетки:

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi}{a}(-1, 1, 1), \quad \mathbf{b}_2 = \frac{2\pi}{a}(1, -1, 1), \quad \mathbf{b}_3 = \frac{2\pi}{a}(1, 1, -1)$$

Компоненты  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$

внутри первой зоны Бриллюэна с центром в точке  $(0,0,0)$   
сечение плоскостями  $(\pm 1, 0, 0)$ ,  $(0, \pm 1, 0)$ ,  $(0, 0, \pm 1)$

- квадраты,

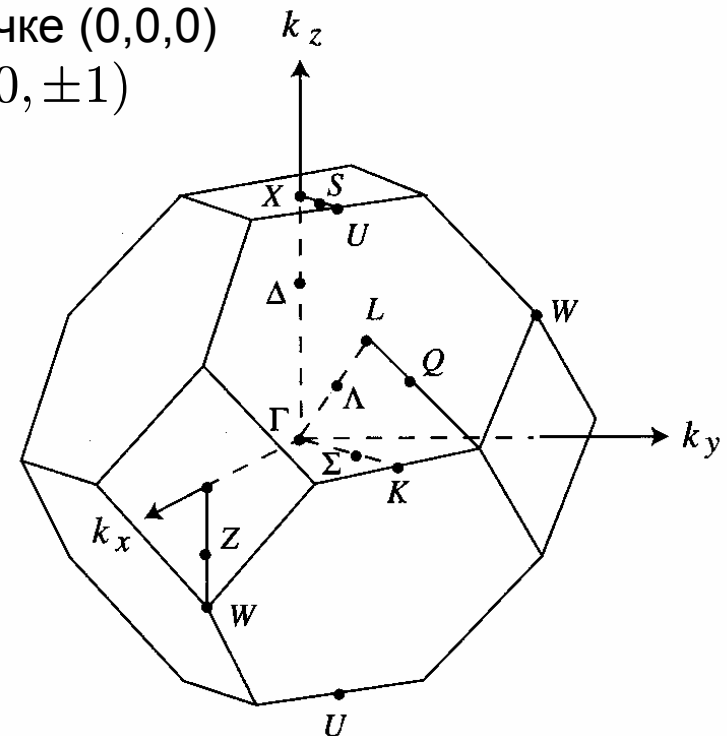
плоскостями  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$  - шестиугольники

точки высокой симметрии:

$$\Gamma = (0, 0, 0), \quad X = (0, 0, \pi/a),$$

характерные направления в зоне Бриллюэна:

$$\begin{array}{ll} \Delta - \text{ между } \Gamma \text{ и } X & \Lambda - \text{ между } \Gamma \text{ и } L \\ S - \text{ между } X \text{ и } U & \Sigma - \text{ между } \Gamma \text{ и } K \end{array}$$



# Общая формулировка расчета зонной структуры фотонных кристаллов

Электромагнитное поле внутри фотонного кристалла  
- уравнения Максвелла в среде

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= 0\end{aligned}$$

материальные уравнения:  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$

магнитная проницаемость  $\mu$  - постоянна (среда немагнитная)

диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(\mathbf{r} + \mathbf{a}_i) = \varepsilon(\mathbf{r})$

$\mathbf{a}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  - элементарные вектора решетки фотонного кристалла

в виде двух волновых уравнений в среде:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) &= -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}, \\ \nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \right) &= -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}\end{aligned}$$



# Метод разложения по плоским волнам

ищем решение волновых уравнений в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{i\omega t}, \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})e^{i\omega t}$$

$\omega$  - собственная частота волнового уравнения

$\mathbf{E}(\mathbf{r}), \mathbf{H}(\mathbf{r})$  - собственные функции волновых уравнений

введя дифференциальные операторы

$$\Lambda_E \mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})),$$

$$\Lambda_H \mathbf{H}(\mathbf{r}) \equiv \nabla \times \left( \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \right)$$

волновые уравнения примут вид

$$\Lambda_E \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}),$$

$$\Lambda_H \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

решения ищутся в виде

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}, \quad \mathbf{H}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \quad (\text{теорема Блоха})$$

с периодическими амплитудами

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{a}_i) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{v}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{a}_i) = \mathbf{v}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$$

## Разложение по векторам обратной решетки

элементарные вектора обратной решетки  $\mathbf{b}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{b}_j = 2\pi\delta_{ij}$

вектора обратной решетки  $\mathbf{G} = \sum_{j=1}^3 l_j \mathbf{b}_j$  (фазовое пространство)

из периодичности  $\varepsilon(\mathbf{r})$

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} = \sum_{\mathbf{G}} \kappa(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}$$

фурье-амплитуды

$$\kappa(\mathbf{G}) = \frac{1}{V} \int_V \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$$

при действительном  $\varepsilon(\mathbf{r})$   $\kappa(-\mathbf{G}) = \kappa^*(\mathbf{G})$

из периодичности  $\mathbf{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{v}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ :  $\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}$ ,

$$\mathbf{H}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{H}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}$$

# Система уравнений для задачи о зонной структуре фотонного кристалла

Итак, у нас есть

$$\Lambda_E \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}),$$

волновые уравнения

$$\Lambda_H \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

разложение амплитуд по

$$\mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{E}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}},$$

плоским волнам

$$\mathbf{H}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{H}_{\mathbf{k}n}(\mathbf{G}) e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{G})\cdot\mathbf{r}}$$

разложение  $\varepsilon^{-1}(\mathbf{r})$  по плоским волнам

$$\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} = \sum_{\mathbf{G}} \kappa(\mathbf{G}) e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}}$$

получим:

$$-\sum_{\mathbf{G}'} \kappa(\mathbf{G} - \mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times ((\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{G}')) = \frac{\omega_{\mathbf{k}}^2}{c^2} \mathbf{E}_{\mathbf{k}}(\mathbf{G}),$$

$$-\sum_{\mathbf{G}'} \kappa(\mathbf{G} - \mathbf{G}') (\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times ((\mathbf{k} + \mathbf{G}') \times \mathbf{H}_{\mathbf{k}}(\mathbf{G}')) = \frac{\omega_{\mathbf{k}n}^2}{c^2} \mathbf{H}_{\mathbf{k}}(\mathbf{G})$$

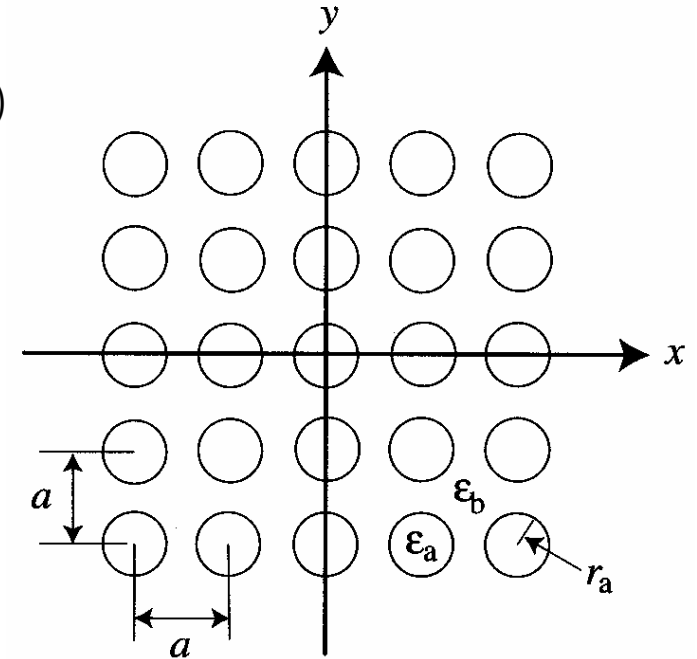
число  $G' - N \sim 10^3$  размер матрицы -  $3N$  для каждого  $\mathbf{k}$

## Зонная структура 2D фотонных кристаллов с квадратной решеткой: фурье-компоненты диэлектрической проницаемости

необходимо задать  $\kappa(\mathbf{G})$        $\mathbf{G}$  - вектор в плоскости перпендикулярной осям цилиндров

запишем диэлектрическую проницаемость в виде:  $\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} = \frac{1}{\varepsilon_b} + \left( \frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) S_2(\mathbf{r})$

где 
$$S_2(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & |\mathbf{r}| \leq r_a \\ 0, & |\mathbf{r}| > r_a \end{cases}$$



подставляя  $\varepsilon^{-1}(\mathbf{r})$   
в выражение для  $\kappa(\mathbf{G})$  :  $\kappa(\mathbf{G}) = \frac{1}{S} \int_S \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$

получим 
$$\kappa(\mathbf{G}) = \frac{1}{\varepsilon_b} \delta(\mathbf{G}) + \frac{1}{\Sigma_0} \left( \frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \Gamma_2(\mathbf{G})$$

где 
$$\Gamma_2(\mathbf{G}) = \int_{\Sigma_0} S_2(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$$
      и  $\Sigma_0 = a^2$  - ячейка фотонного кристалла

## Зонная структура 2D фотонных кристаллов с квадратной решеткой: фурье-компоненты диэлектрической проницаемости

необходимо найти  $\Gamma_2(\mathbf{G}) = \int_{\Sigma_0} S_2(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$

в полярной системе координат  $(r, \varphi)$

с азимутальным углом  $\varphi$  между  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{G}$ :

$$\Gamma_2(\mathbf{G}) = \int_0^{r_a} dr \int_0^{2\pi} d\varphi r e^{-iGr \cos \varphi}$$

где  $G = |\mathbf{G}|$

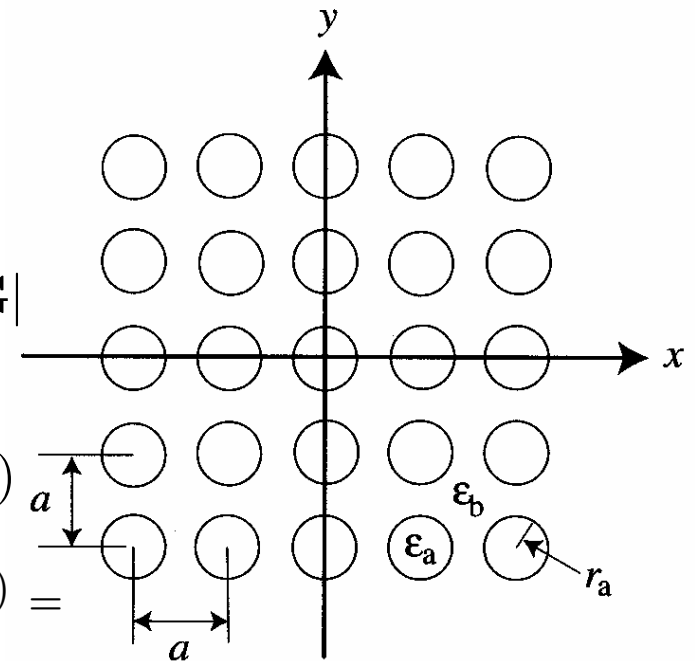
используя свойство функции Бесселя

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(x) e^{il \sin \xi} = e^{ix \sin \xi} \quad \text{и} \quad (x J_1(x))' = x J_0(x)$$

$$\begin{aligned} \text{получаем} \quad \Gamma_2(\mathbf{G}) &= \int_0^{r_a} dr \int_0^{2\pi} d\varphi r \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_l(Gr) e^{il(\varphi - \frac{\pi}{2})} = \\ &= 2\pi \int_0^{r_a} r J_0(Gr) dr = \frac{2\pi r_a}{G} J_1(Gr_a) \end{aligned}$$

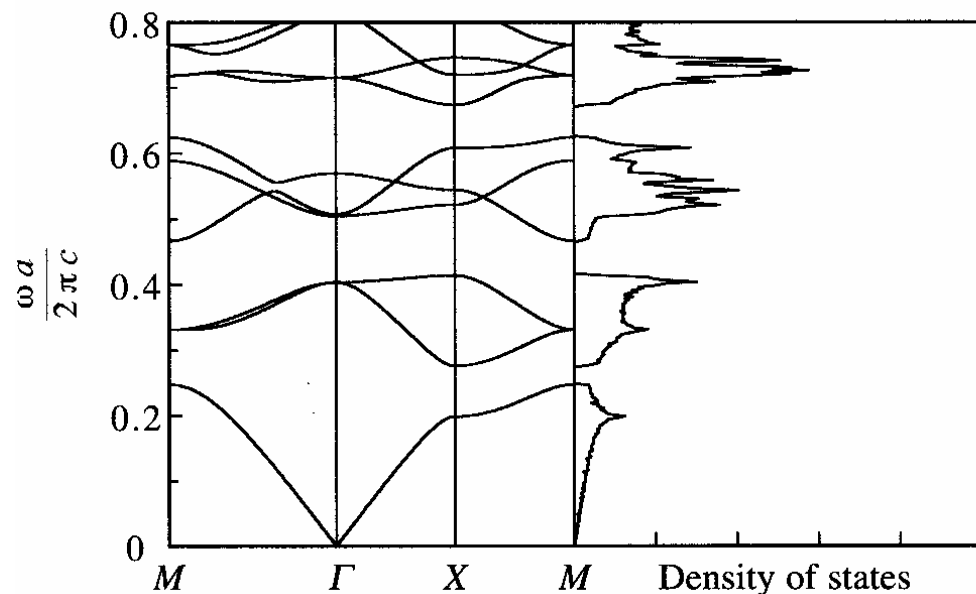
Итак, 
$$\begin{cases} \kappa(\mathbf{G}) = 2f \left( \frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \frac{J_1(Gr_a)}{Gr_a}, & \mathbf{G} \neq 0 \\ \kappa(0) = \frac{f}{\varepsilon_a} + \frac{f-1}{\varepsilon_b} \end{cases}$$

где  $f = \frac{\pi r_a^2}{\Sigma_0} = \frac{\pi r_a^2}{a^2}$  - относительная площадь цилиндров в сечении



# Зонная структура 2D фотонных кристаллов с квадратной решеткой

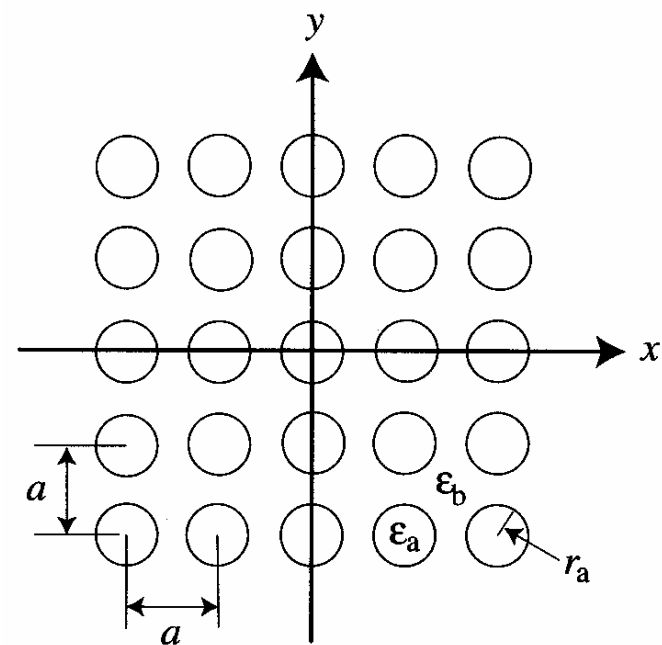
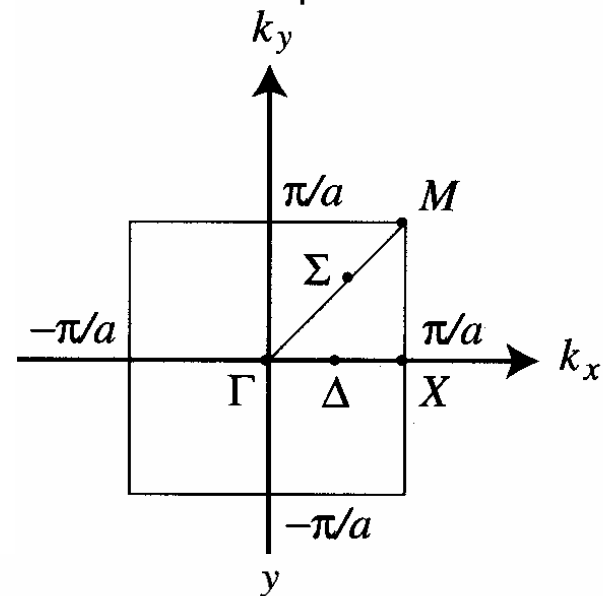
зонная структура



$$\varepsilon_a = 9, \varepsilon_b = 1 \quad r_a/a = 3.8/10$$

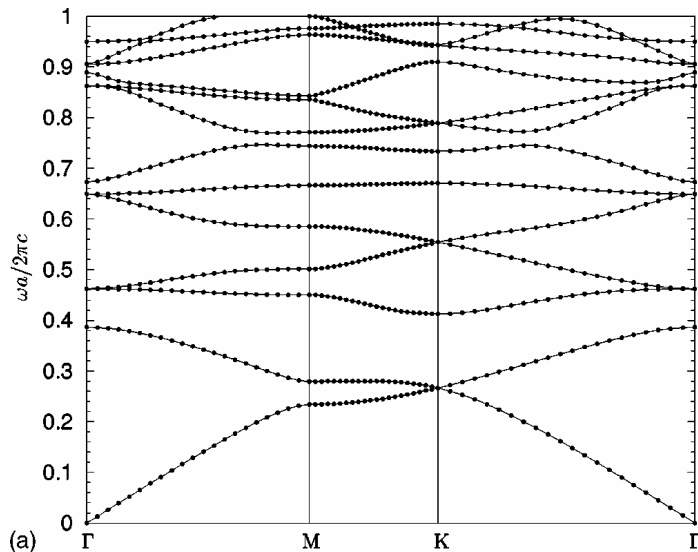
1. три полных 2D запрещенных зон
2. плоские зоны в  $\Sigma$  (#7 и #8) и в  $\Delta$  (#3 и #4) (малая групповая скорость)
3. вырождение зон в  $\Gamma$  точках

2D зона Бриллюэна



# Зонная структура двумерных фотонных кристаллов с гексагональной решеткой (инвертированный случай)

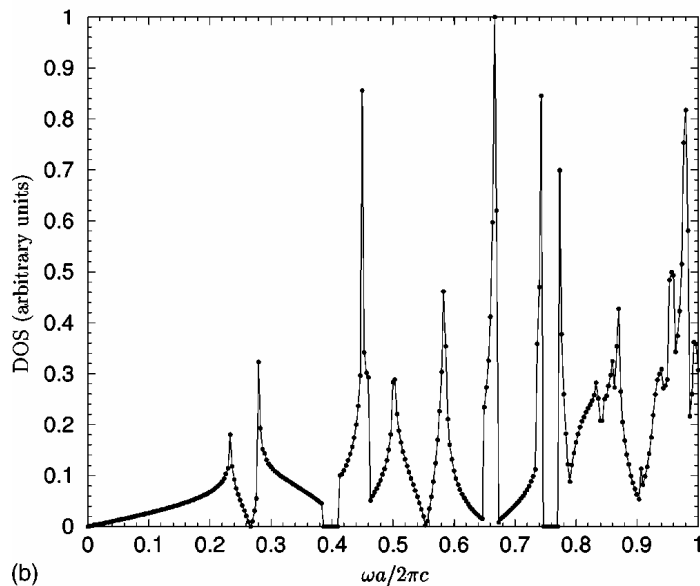
зонная структура



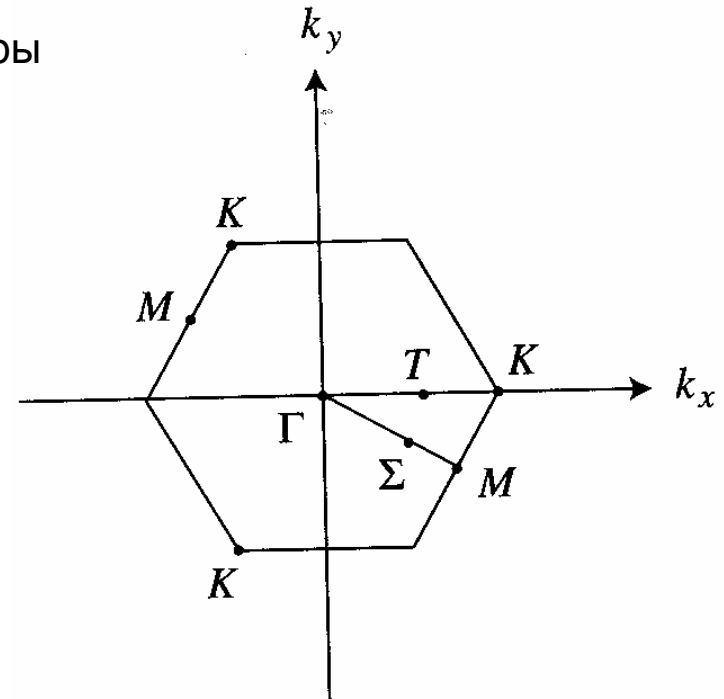
$\varepsilon_a = 1, \varepsilon_b = 12$   
(воздушные цилиндры  
в кремнии)

фактор заполнения

$$f = \frac{\pi r_a^2}{a^2} = 2/3$$



двумерная зона Бриллюэна



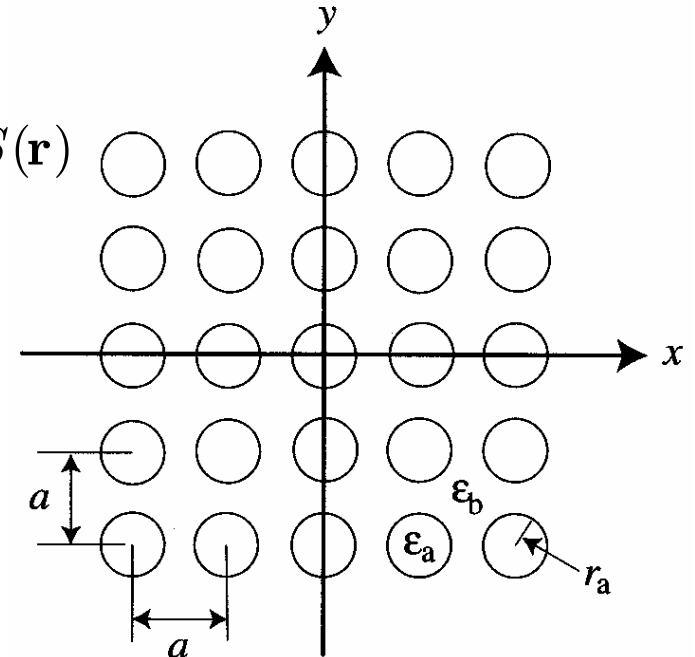
1. существование полных двумерных запрещенных зон
2. плоские зоны вдоль всех направлений
3. вырождение зон в  $\Gamma$  и  $K$  точках

# Зонная структура трехмерных фотонных кристаллов с простой кубической решеткой: фурье-компоненты диэлектрической проницаемости

ищем  $\kappa(\mathbf{G})$  :

запишем диэлектрическую проницаемость в виде:  $\frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} = \frac{1}{\varepsilon_b} + \left( \frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) S(\mathbf{r})$

где  $S(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & |\mathbf{r}| \leq r_a \\ 0, & |\mathbf{r}| > r_a \end{cases}$



подставляя  $\varepsilon^{-1}(\mathbf{r})$  в выражение для  $\kappa(\mathbf{G})$  :  $\kappa(\mathbf{G}) = \frac{1}{V} \int_V \frac{1}{\varepsilon(\mathbf{r})} e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$

получим:  $\kappa(\mathbf{G}) = \frac{1}{\varepsilon_b} \delta(\mathbf{G}) + \frac{1}{V_0} \left( \frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \Gamma(\mathbf{G})$

где  $\Gamma(\mathbf{G}) = \int_{V_0} S(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$  и  $V_0 = a^3$  - ячейка фотонного кристалла



# Зонная структура трехмерных фотонных кристаллов с простой кубической решеткой: фурье-компоненты диэлектрической проницаемости

итак, получаем:  $\Gamma(\mathbf{G}) = \int_{V_0} S(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$

в сферической системе координат  $(r, \theta, \varphi)$   
с углом  $\theta$  между  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{G}$  :

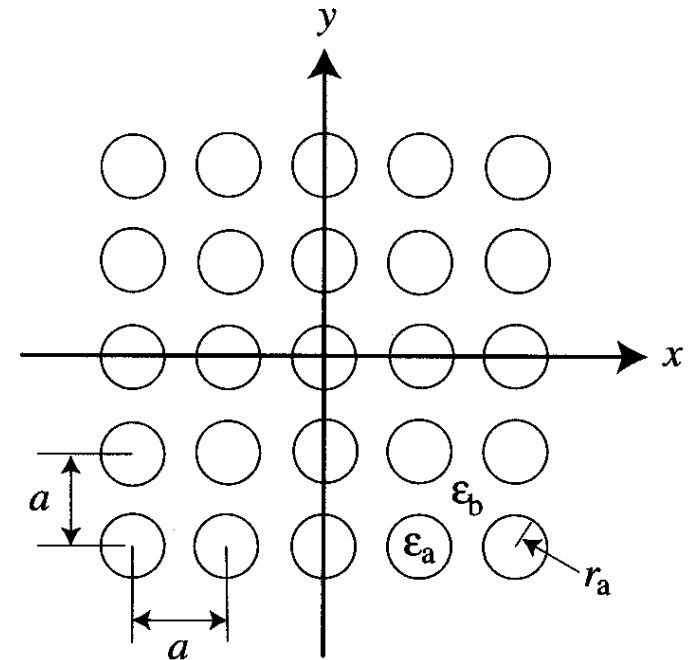
$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{G}) &= 2\pi \int_0^{r_a} dr \int_0^\pi d\theta r^2 \sin \theta e^{-iGr \cos \theta} = \\ &= \frac{4\pi}{G^3} (\sin Gr_a - Gr_a \cos Gr_a) \end{aligned}$$

для  $\mathbf{G} \neq 0$  и  $\Gamma(\mathbf{G}) = \frac{4\pi r_a^3}{3}$  для  $\mathbf{G} = 0$

Итак, окончательно

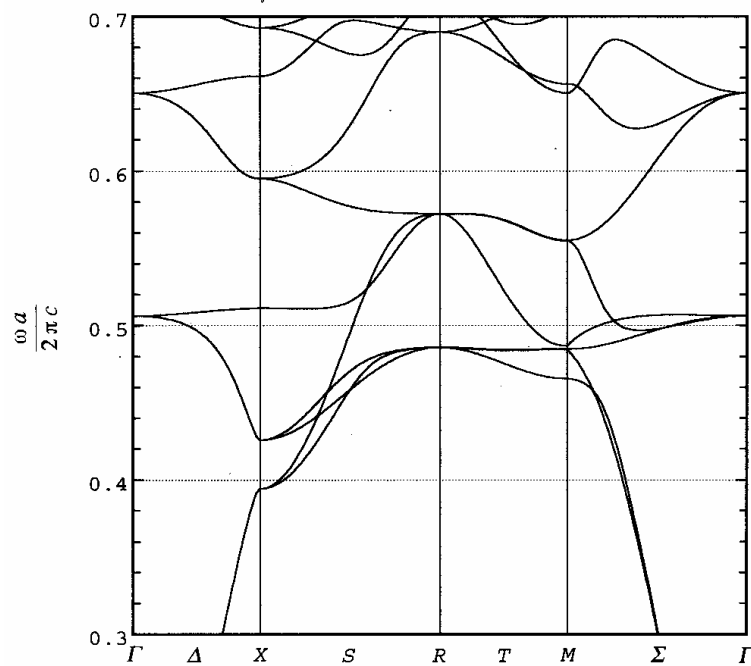
$$\begin{cases} \kappa(0) = \frac{f}{\varepsilon_a} + \frac{f-1}{\varepsilon_b} \\ \kappa(\mathbf{G}) = 3f \left( \frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \left( \frac{\sin Gr_a}{(Gr_a)^3} - \frac{\cos Gr_a}{(Gr_a)^2} \right) \end{cases}$$

где  $f = \frac{4\pi r_a^3}{3V_0} = \frac{4\pi r_a^3}{3a^3}$  - относительный объем сфер (фактор заполнения)



# Зонная структура трехмерных фотонных кристаллов с простой кубической решеткой

зонная структура

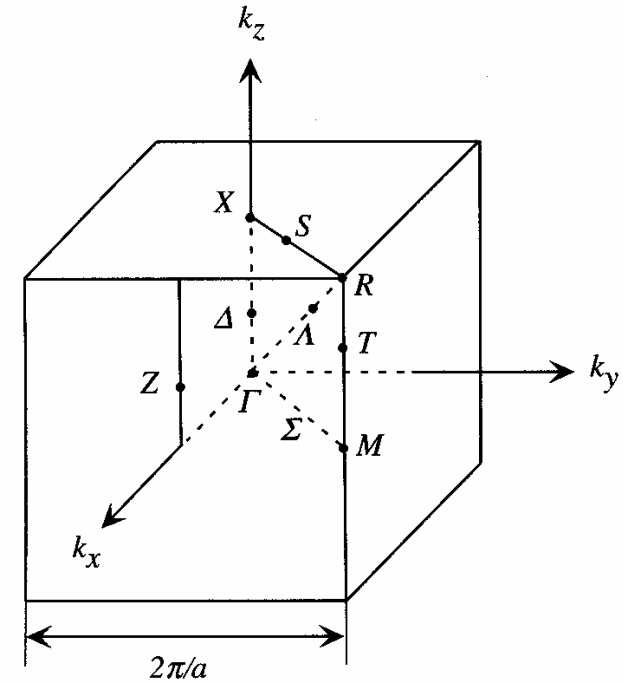


$$\varepsilon_a = 13, \varepsilon_b = 1$$

$$r_a/a = 3/10$$

2. плоские зоны в  $\Delta$  (#3 и #5) и в  $\Sigma$  (#3 и #5) (малая групповая скорость)

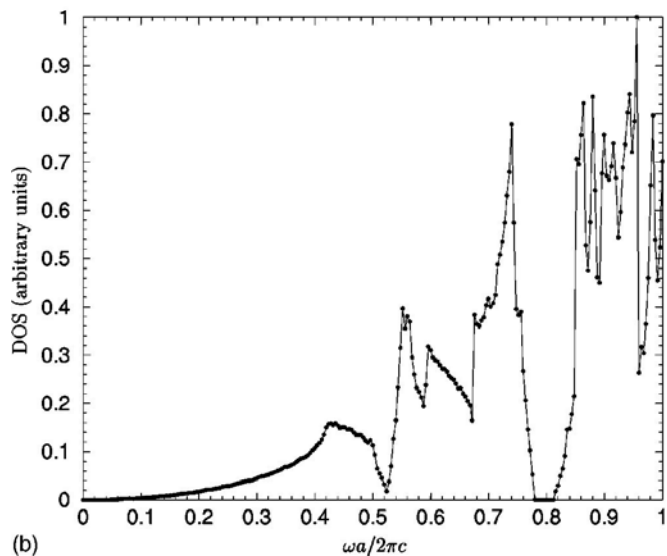
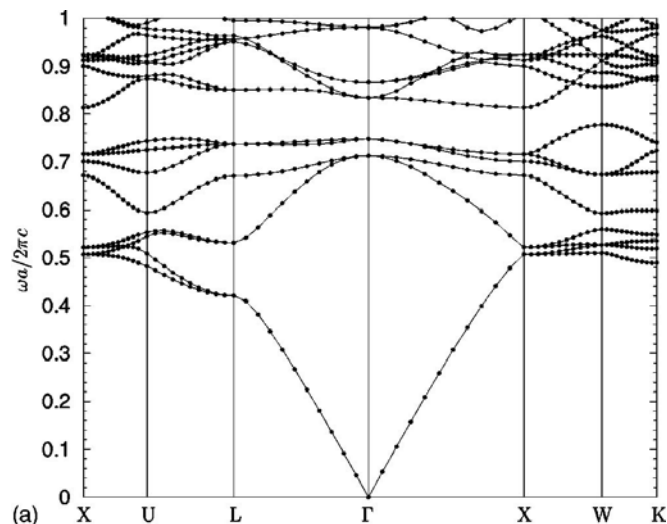
трехмерная зона Бриллюэна



1. три неполных запрещенных зоны вдоль  $\Delta$   
неполная запрещенная зона вдоль  $\Sigma$
3. вырождение зон в  $\Gamma$  и  $R$  точках и вдоль  $\Delta$  и  $T$  направлений

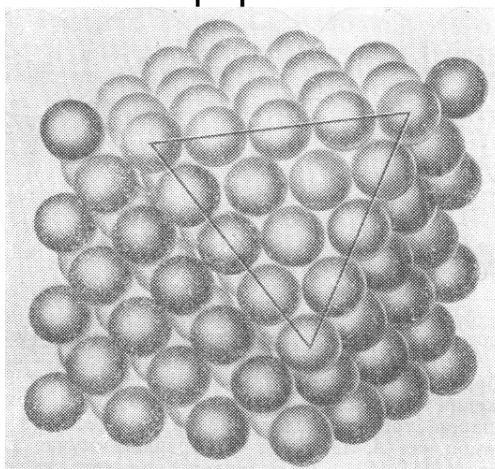
# Зонная структура трехмерных фотонных кристаллов с ГЦК решеткой. Полная запрещенная зона в инвертированных опалах

зонная структура

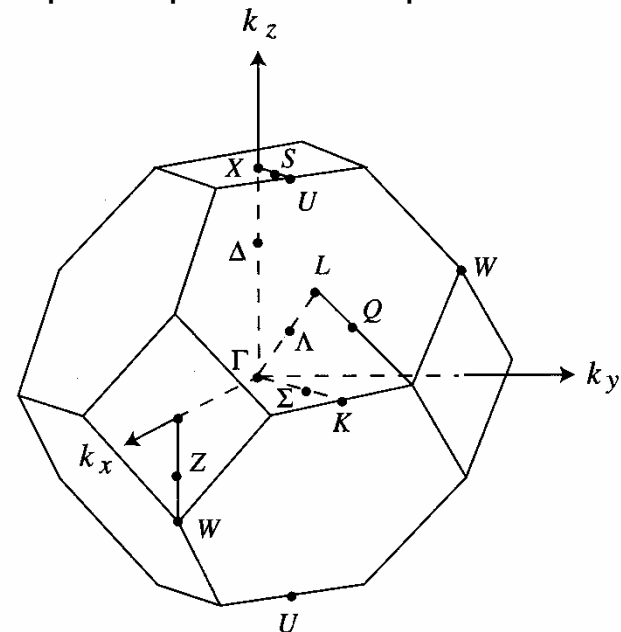


$\epsilon_a = 1, \epsilon_b = 12$   
(воздушные сферы  
в кремниевой матрице)  
фактор заполнения  
 $f = 0.26$

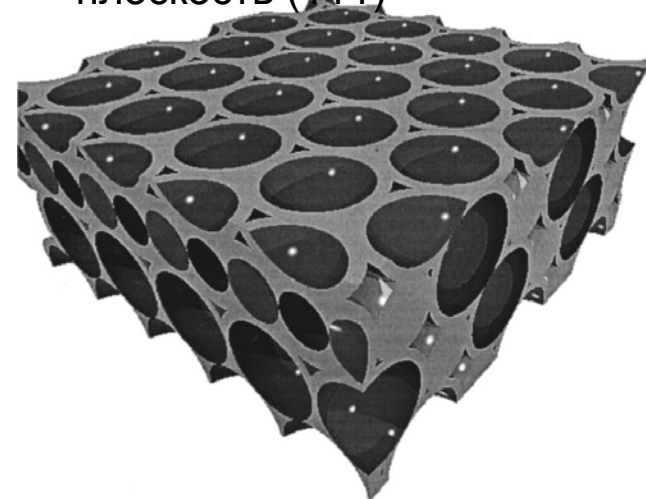
ГЦК решетка



трехмерная зона Бриллюэна

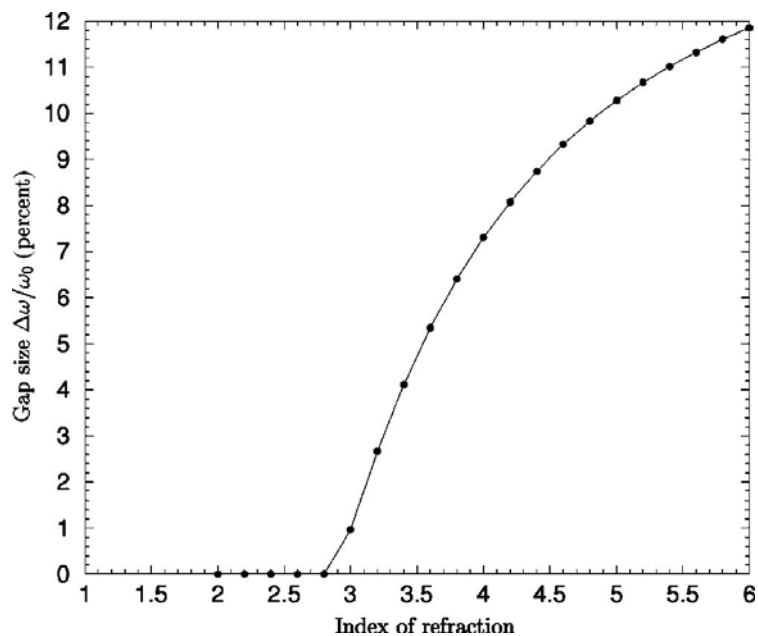


инвертированная структура,  
плоскость (111)



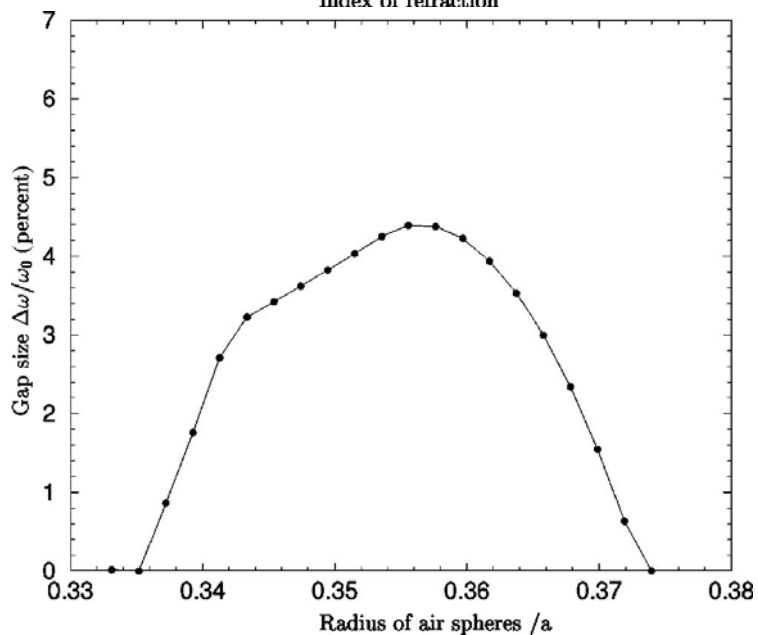
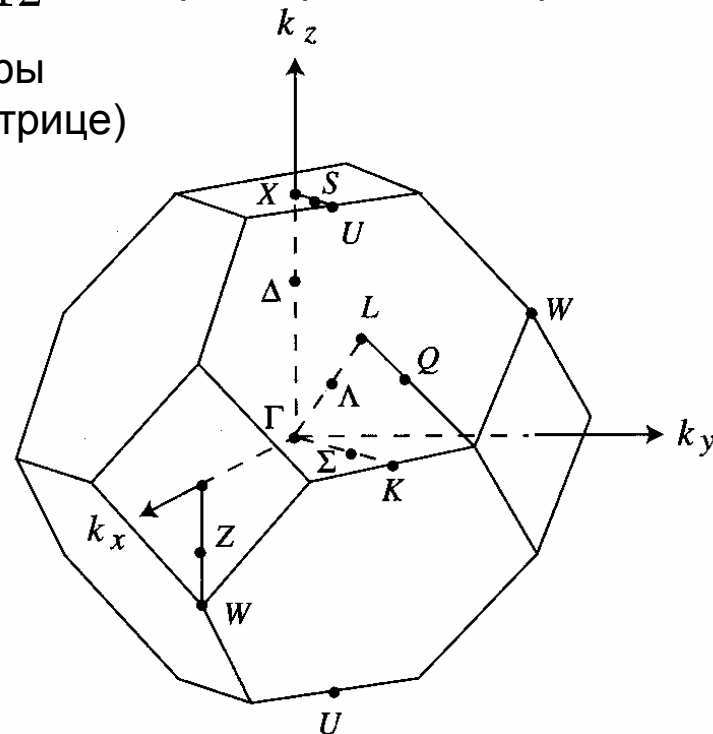
# Трёхмерные фотонные кристаллы с ГЦК решеткой

Зависимость полной запрещенной зоны инвертированных опалов от фактора заполнения



$\epsilon_a = 1, \epsilon_b = 12$   
(воздушные сферы  
в кремниевой матрице)

трехмерная зона Бриллюэна



$$r = a/\sqrt{8} = 0.3536a$$

- плотная упаковка

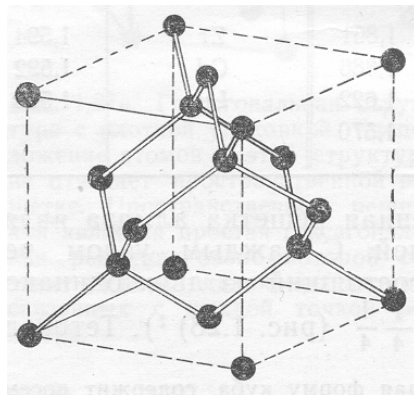
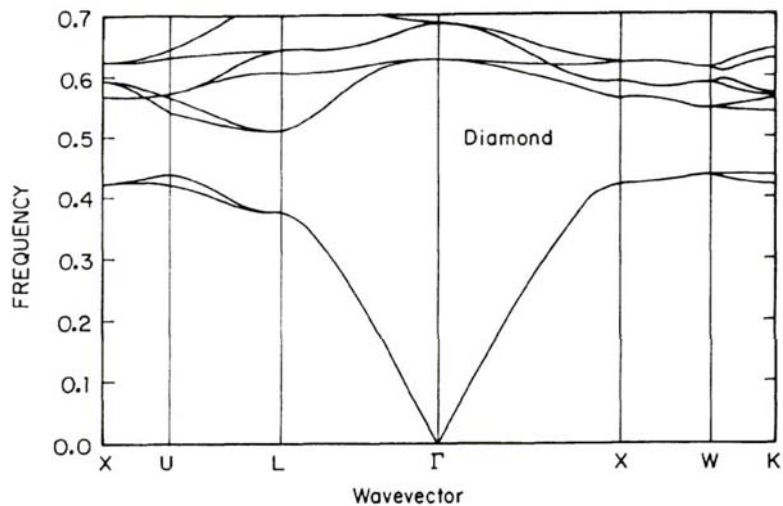
$$(f = 0.26)$$

$a$  - постоянная решетки

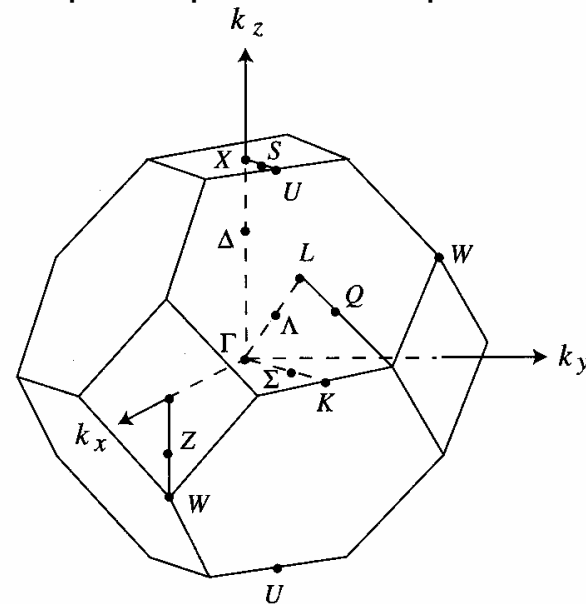
# Зонная структура трехмерных фотонных кристаллов

## с алмазной решеткой

зонная структура



трехмерная зона Бриллюэна



$$\varepsilon_a = 12, \varepsilon_b = 1 \quad f = 0.34$$

